Lycée Khniss	Devoir de contrôle N°3	Prof :
A.S 2007-2008	Mathématiques Durée : 2h	4 ème Sc Exp 2 Le 01/05/2008

EXERCICE N°1:(6pts)

Une boite contient 5 boules : $\begin{cases} 3 \quad boules \quad blanches \quad numerotées \ 1.1.2 \\ 2 \quad boules \quad rouges \quad numerotées \ 2.2 \end{cases}$

1) Soit l'épreuve qui consiste à tirer au hasard et simultanément 2 boules de la boite.

a) On note A et B les évènements suivants :

A : « Les deux boules tirées sont de même couleur ».

B : « Les deux boules tirées portent le même numéro ».

- Calculer P(A), P(B), P($A\cap B$) et P(B/A)

b) Soit X l'alea numérique égale au produit de deux numéros obtenus.

- Etablir la loi de probabilité de X puis calculer E(X) et V(X).

2) On procède maintenant à un tirage successif de deux boules comme suit :
On tire une première boule : si elle est blanche on la remet et on tire une deuxième boule, sinon on la garde et on tire une deuxième boule.

- Calculer la probabilité d'avoir deux boules de même couleur.

3) On considère le jeu suivant.
On tire une première boule : si elle est blanche on gagne 3^D et le jeu s'arrête.
Sinon on la remet et on tire une deuxième; si la deuxième boule tirée est blanche on gagne 2^D si non on perd 5^D et le jeu s'arrête.
Soit Y le gain algébrique du jeu.

a) Etablir la loi de probabilité de Y.

b) Calculer E(Y). Conclure.

Exercice N°4 (3pts)

Cocher la ou les réponses justes.

1) On considère une variable X. Sa loi de probabilité est binomiale B(4 ; 0.2)

a. L'espérance et la variance d'une telle loi est

a) E = 4 ; V = 4.2 b) E = 4 ; V = 0.24	c) E = 10.4 ; V = 0.24 d) E = 0.8 ; V = 0.64

b. La probabilité p(X=2) est :

a) $C_8^2(0.4)^2.(0.2)^2$ b) $C_4^2(0.2)^4.(0.8)^2$	c) $C_4^2(4)^2.(0.8)^2$ d) $6(0.2)^2.(0.8)^2$

2) A et B deux évènements d'un espace probabilisé tels que :
p($A\cap B$)=1/3 et p(B/A)= 1/2. Combien vaut p(A) ?

a) 2/3	b) 3/2	c) 1/6	d) 1/12

EXERCICE N°2 (6pts)

On considère la fonction f définie sur IR par f(x) = $x+1-e^{-x}$

1) a) Dresser le tableau de variation de f

b) Montrer que la droite D : y = x +1 est une asymptote de (C_f) au V(+∞)

c) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ Conclure.

d) Construire (C_f) dans un repère orthonormé R = $(O,\vec{i},\vec{j})$ (Unité graphique : 2cm)

2) a) Calculer en cm² l'aire A_n de la région du plan limitée par la courbe (C_f) et les droites :

D : y = x+1, Δ : x = 0 et Δ' : x = n. (n $\geq$ 1)

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$

3) a) Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.

b) En déduire que l'équation f(x) = 1 admet une unique solution α

c) Tracer la courbe (C') de g $^{-1}$ dans le même repère.

d) Calculer $\int_0^{\alpha} f(x)dx$ en déduire $\int_0^1 f^{-1}(x)dx$

Exercice N°3 (5pts)

Soit f la fonction définie sur]0, +∞[par : f(x) = x(2 – Log x).

1) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) En déduire l'image de l'intervalle [1, e] par f.

2) On considère la suite (U_n) définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n), \quad \forall n \in IN \end{cases}$

a) Montrer que pour tout n$\in$IN, on a : 1 $\leq$ u_n $\leq$ e.

b) Vérifier que $u_{n+1}-u_n = u_n(1-Log\, u_n)$ et en déduire que (U_n) est croissante.

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.

3) Pour tout n$\in$IN, on pose $V_n = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.

a) Montrer que $V_n = 2-Log(u_n)$

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ puis retrouver la limite de la suite (U_n).